

interacción aleatoria ofrece una importante ventaja porque puede modelarse con facilidad mediante ecuaciones diferenciales y dichos modelos pueden estudiarse en términos analíticos. Estos tres modelos básicos en sus dos versiones pueden adaptarse a las características de las enfermedades específicas.

Por ejemplo, resulta posible mostrar a individuos como inmunes durante un determinado intervalo de tiempo, nuevos sujetos que entran en la población mediante nacimientos o migraciones y personas que la abandonan por migración o muerte. De igual forma, pueden generarse tipos de trayectorias más complejos, como comportamientos cíclicos e incluso dinámicas caóticas, que caracterizan algunas afecciones infecciosas.

Teoría de redes de transmisión

La suposición de una interacción aleatoria no resulta apropiada para modelar la propagación de ciertos padecimientos. Por ello, a finales de la década de 1990 los científicos empezaron a interesarse por el estudio de redes complejas. Éstas son útiles para estudiar la dinámica en la transmisión de un mensaje, señal, rumor, líquido, moda o enfermedad infecciosa. En la actualidad, las redes complejas se emplean en muchos campos de la ciencia; existen redes sociales, económicas, neuronales, computacionales, de sistemas eléctricos y muchas más. Los nodos, o puntos que se conectan en red, pueden ser, por ejemplo, personas, empresas, granjas y terminales de computadora.

Modelos de urnas

Los modelos de urnas dan un marco para analizar modelos de transmisión de enfermedades infecciosas. Construirlos y capturar su esencia es fácil, ya que consisten en colocar canicas al azar en un conjunto de N urnas vacías. Se parte de una urna "infectada", la cual impulsa una cantidad aleatoria de canicas sobre las restantes N-1 urnas vacías y cada canica lanzada de la urna infectada se considera una amenaza de infección. Las urnas vacías se consideran susceptibles y las ocupadas se consideran infectadas. En estas condiciones, el proceso de infección puede reproducirse. También con esto es posible calcular el número esperado de infecciones al final del brote.

IV. Algunas conclusiones

El empleo de modelos matemáticos para enfermedades infecciosas ha crecido en grado significativo en los últimos años debido a que estos proporcionan información útil para tomar decisiones e instituir medidas operativas en el control o erradicación de una enfermedad infecciosa. Son modelos muy útiles porque capturan propiedades esenciales de la dispersión de una enfermedad de una forma simplificada. Además, las simulaciones hechas con el modelo permiten descubrir aspectos de la infección que no se pueden obtener mediante experimentación.

En fecha reciente, los modelos matemáticos se han utilizado en el establecimiento de políticas de vacunación (rubeola, sarampión, polio, entre otras) y cuarentena de granjas ganaderas y seres humanos; además, se han empleado en tareas tan complejas como el manejo de una pesquería durante 50 años.

A pesar de que muchos modelos matemáticos no pueden realizar predicciones precisas, sobre todo por falta de datos, éstos son de gran utilidad para estimar el efecto de las medidas de control aún antes de iniciarse la epidemia.

V. Actividades

Comparar los modelos mencionados en la guía con el del artículo de referencia y ver si encaja dentro de alguna de las categorías descritas.

Si es así, identificar las variables y las características que hacen posible utilizar el método para el VIH.

Buscar el significado de las palabras marcadas en negritas en el texto y armar con ellas un mapa conceptual sobre el tema.

VI. Bibliografía

Montesinos-López, O. A. y C. M. Hernández-Suárez, en *Salud Pública de México*, Vol. 49, No.3, mayo-junio de 2007, pp. 218-226.

Los profesores pueden copiar esta guía para su uso en clase. Para cualquier otro uso es necesaria la autorización por escrito del editor de la revista.

SIDA

Y Matemáticas

De: **Verónica Guerrero Mothelet**
(No. 116, p. 16)



Maestros:

Esta guía se ha diseñado para que un artículo de cada número de *¿Cómo ves?* pueda trabajarse en clase con los alumnos, como un complemento a los programas de ciencias naturales y a los objetivos generales de estas disciplinas a nivel bachillerato. Esperamos que la información y las actividades propuestas sean un atractivo punto de partida o un novedoso "broche de oro" para dar un ingrediente de motivación adicional a sus cursos.

I. Relación con los temarios del Bachillerato UNAM

Esta guía y el artículo de referencia pueden utilizarlos maestros de matemáticas, biología o asignaturas del área de la salud. La información adicional que se incluye trata sobre conceptos y recomendaciones relacionados con estas disciplinas.

II. Más información

Los modelos matemáticos y la salud
En esta ocasión me permito compartir y condensar la información de un interesante artículo de revisión, publicado en la revista *Salud Pública de México* en mayo de 2007, sobre los modelos matemáticos, sus métodos y su importancia para la comunidad científica del área de la salud.

Las palabras que aparecen en negritas serán utilizadas en la sección correspondiente a las actividades de esta guía.

El artículo, "Modelos matemáticos para **enfermedades infecciosas**", de Osval Antonio Montesinos-López y Carlos Moisés Hernández-Suárez, revela de manera muy didáctica cómo se elaboran y para qué sirven los modelos matemáticos en el conocimiento de las enfermedades infecciosas.

Durante la mayor parte del siglo XX las **pandemias** (epidemias que se propagan por áreas y poblaciones extensas) se consideraron amenazas del pasado; la **medicina moderna** había eliminado para siempre la peste, la viruela y otras enfermedades contagiosas. No obstante, los cambios ambientales han propiciado alteraciones en las distribuciones geográficas de los agentes infecciosos. Muchos de estos agentes han desarrollado resistencia a los tratamientos usuales, lo que se ha convertido en un grave problema mundial. Algunas infecciones, antes fáciles de tratar con **antibióticos**, representan ahora una grave amenaza para la salud en todas partes.

Los métodos cuantitativos basados en **modelos matemáticos** para estudiar la dinámica de transmisión y control de las enfermedades infecciosas han ganado importancia de forma notoria entre los científicos y profesionales de la salud. A continuación se



revisarán algunos antecedentes y se describirán de forma breve varios modelos típicos y otros esquemas recientes que se utilizan cada vez más para modelar las enfermedades infecciosas.

III. Planeación e investigación sobre los modelos matemáticos

Montesinos-López y Hernández-Suárez revisaron la bibliografía internacional e identificaron alrededor de 60 artículos relacionados con el tema, aunque sólo analizaron 27.

Antecedentes

Es probable el ser humano formulara teorías acerca de la naturaleza de las enfermedades infecciosas desde hace mucho tiempo. Por ejemplo, la difusión de la **peste negra** en el siglo XIV se atribuyó a una lenta nube de aire dañino. El matemático francés Jean le Rond d'Alembert fue el primero en describir la propagación de enfermedades infecciosas mediante un modelo matemático en el siglo XVIII. Sin embargo, el primer artículo conocido que incluye un modelo explícito para una enfermedad infecciosa apareció en 1760. El documento lo publicó el matemático suizo Daniel Bernoulli, quien tenía también conocimientos médicos. Bernoulli propuso varios modelos matemáticos mediante ecuaciones diferenciales para algunas enfermedades infecciosas y sus resultados parecen válidos aún.

El segundo desarrollo se debe al famoso epidemiólogo Ronald Ross, quien explicó el ciclo completo de la malaria humana, con la inclusión del mosquito como vector y el parásito *Plasmodium* como agente infeccioso; esto le valió el premio Nobel en 1902. Ross fue un competente matemático aficionado y estaba convencido de la necesidad de usar las matemáticas para apoyar las investigaciones epidemiológicas.

El siguiente gran avance fue el trabajo matemático de Kermack y McKendrick, realizado durante el periodo de 1927 a 1939, quienes también consideraron las enfermedades endémicas. El resultado más destacado fue el llamado *teorema umbral*, según el cual la introducción de individuos infecciosos dentro de una población de susceptibles podía originar una epidemia sólo si la densidad de susceptibles rebasa cierto valor crítico o umbral. Si el umbral se excede,

entonces sobreviene el brote, de lo contrario desaparece.

Después de la Segunda Guerra Mundial resultó necesario mejorar el entendimiento de los procesos probabilísticos y se efectuaron muchos nuevos avances. El último de ellos se produjo a finales de la década de 1990, cuando los físicos comenzaron a interesarse por el estudio de las **redes complejas** y notaron que era vital la perspectiva que éstas aportan para entender la dinámica de enfermedades como el VIH/sida. La identificación de las redes es de gran utilidad para comprender la rápida difusión de enfermedades infecciosas, como fue el caso del síndrome respiratorio agudo grave (SRAG) en 2003, que apareció en Hong Kong, se extendió a Norteamérica y Europa y cobró un número elevado de vidas en un plazo de 15 días.

Importancia de los modelos matemáticos

La construcción de modelos matemáticos es una de las herramientas utilizadas hoy en día para el estudio de problemas en medicina, biología, fisiología, bioquímica, **epidemiología** y **farmacocinética**, entre otras áreas del conocimiento. Sus objetivos primordiales son describir, explicar y predecir fenómenos y procesos en dichas áreas. Sin embargo, su aplicación se ve limitada con frecuencia por la falta de conocimientos e información acerca de los principios básicos del modelaje matemático. Los modelos tienen muchas ventajas:

- Revelan relaciones que no son obvias a primera vista.
- Una vez construido el modelo matemático, es posible extraer de él propiedades y características de las relaciones entre los elementos que de otra forma permanecerían ocultas.
- En la mayor parte de los problemas de enfermedades infecciosas no es factible experimentar con la realidad, ya que puede ser muy costoso, peligroso, inmoral o incluso imposible. Por lo tanto, se busca superar esta dificultad con la construcción de un modelo que describa de manera adecuada las características básicas de la epidemia y entonces usar ese modelo para predecir las consecuencias de introducir cambios específicos.

- La función principal de un modelo para una enfermedad infecciosa consiste en proporcionar un medio para entender la dispersión de dicho padecimiento a través de una población en distintas condiciones.

Características de los modelos

Un modelo está definido por las relaciones que incorpora. Estas relaciones son independientes de los datos que se introducen en el modelo. Las relaciones reflejan el modo general de comportarse del fenómeno modelado, en tanto los datos sirven para especificar casos particulares. En esencia, la función central de crear y analizar modelos matemáticos es mejorar la comprensión de un sistema para prevenir enfermedades, determinar su prevalencia e incidencia y ayudar a tomar decisiones objetivas para controlarlas o erradicarlas.

Clasificación de los modelos matemáticos

Existen dos tipos de modelos matemáticos: deterministas y estocásticos. En un modelo determinista se pueden controlar los factores que intervienen en el estudio del proceso o fenómeno y por tanto se pueden predecir con exactitud sus efectos. En un modelo estocástico no es posible controlar los factores que intervienen en el estudio y en consecuencia no produce resultados únicos. Cada uno de los resultados posibles tiene cierta probabilidad.

Por ejemplo, si modelamos la propagación de una enfermedad en una población compuesta de N individuos, un modelo determinista da un resultado único, mientras que el modelo estocástico da la probabilidad de infección desde cero hasta N .

Para realizar los estudios es necesario considerar dos factores:

El número reproductivo básico. El principal parámetro utilizado en epidemiología es este número, R_0 , definido como el número promedio de infecciones causadas por un individuo infeccioso cuando éste es introducido en una población de susceptibles. R_0 intenta capturar la capacidad reproductiva de la enfermedad. Otros autores proponen otra definición de R_0 y la expresan en términos de

contactos: R_0 es el número esperado de contactos que un individuo infeccioso tiene durante su periodo completo de infección; un contacto en este contexto es cualquier actividad que pueda causar la infección de un susceptible.

El tamaño de la epidemia. Ésta es una de las propiedades asintóticas más importantes en los modelos epidemiológicos y se define como el número total de individuos infectados en una epidemia. Es una medida cuantitativa muy importante porque se relaciona de forma estrecha con los costos de la epidemia.

Principales modelos de transmisión de enfermedades infecciosas

Modelos SI, SIS y SIR

En los modelos epidemiológicos estándar se parte del supuesto de que los individuos se encuentran en uno de varios estados posibles. En función de dichos estados, la población puede incluirse en algunas categorías: individuos susceptibles (S), infectados (I) y removidos (R) (individuos que ya no pueden infectarse). Los modelos más importantes son: SI, SIS y SIR, que pueden ser deterministas o estocásticos y en todos ellos se supone que la interacción entre los individuos es aleatoria. La mejor manera de modelar las enfermedades infantiles consiste en emplear un modelo SIR puesto que la infección lleva a una inmunidad vitalicia. Para la mayor parte de las enfermedades de transmisión sexual (ETS) resulta más útil el modelo SIS.

El VIH es una excepción clara y todavía puede describirse de forma adecuada, al menos en el mundo occidental, mediante el modelo SI.

Si se desea consultar el detalle de los métodos revisados por los autores, ir a la página <http://bvs.insp.mx/rsp/articulos/articulo.php?id=001978>

A partir de los métodos matemáticos estudiados y analizados, se han encontrado algunas relaciones interesantes vinculadas a la propagación de enfermedades infecciosas. Por ejemplo, para muchas enfermedades como el sarampión y la gripe, que se transmiten a través de pequeñas gotas de respiración a partir de una persona infectada, la interacción aleatoria resulta una suposición razonable y probablemente sea una buena aproximación. En otras palabras, suponer