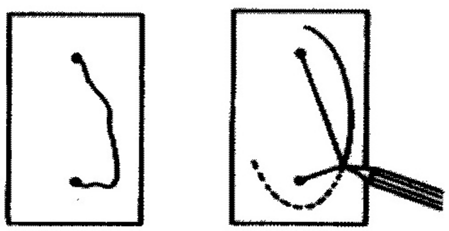
tienen fracciones continuas que son muy largas y complejas y se puede ampliar el concepto de fracción continua al considerar las fracciones continuas infinitas.

III. Actividades

1. En una lámina de "fibracel" fijar una cartulina y clavar dos tachuelas con 12 cm de separación entre ellas. Enlazar en cada una de ellas los extremos de un cordón de 20 cm de longitud. Manteniendo el cordón tenso con la punta de un lápiz, dibujar la curva que éste te permita trazar.



- ¿Qué cónica representa el trazo obtenido?
- Para un punto cualquiera P, ¿a qué es igual la suma de las distancias de P a cada una de las tachuelas? Puesto que P es un punto cualquiera, ¿cuál es la condición general de los puntos de la cónica?
- Aproximando las tachuelas, traza otras curvas similares. ¿Qué curva obtienes cuando las dos tachuelas coinciden en el mismo punto?
- Alejando las tachuelas razonablemente, trazar curvas similares. En el caso límite de separar las chiches 20 cm, ¿qué se observa?
- El borde superior de algunas tazas de inodoro nos sugieren la forma de elipse. Buscar otros objetos reales que te sugieran la misma idea.

2. Elaborar una línea del tiempo que incluya a los principales matemáticos griegos de la "época de oro" y la "época de plata", hasta la muerte de Hipatia

3. Investigar la vida de otras mujeres que contribuyeron con sus estudios a las ciencias experimentales. Algunos nombres ilustran que en tiempos pasados solía ser muy raro (y en ocasiones se pagaba caro) no ser ama de casa. Egipto y Mesopotamia: Merit Ptah y Tapputi Belatikallim. En Grecia: Theano (esposa de Pitágoras) y Aspasia de Mileto. En Alejandría: Miriam o María y en la Edad Media: Hildegarde de Bingen.

IV. Bibliografía

Muñoz, Paez, "Algunas contribuciones de la mujer a las ciencias experimentales", *Enseñanza de las Ciencias,* 1996, 14 (2), 233-237.

García Arenas J. y C. Bertran Infante, *Geometría y experiencias*, Biblioteca de Recursos didácticos Alhambra, Longman de México Editores, México, 1990.

Clawson, Calvin, *Misterios matemáticos*, Editorial Diana, México, 1999.

Kline, Morris, *Matemáticas para los estudiantes de humanidades*, Fondo de Cultura Económica, México, 1992.

Boyer, Carl, *Historia de la matemática*, Ciencia y Tecnología/Alianza Editorial, Madrid, 1999.

Esperamos sus comentarios y sugerencias, que pueden hacer con atención a: Rosa María Catalá, al teléfono 56227297, fax 54 24 01 38, correo electrónico comoves@universum.unam.mx

¿cómoves? guíadelmaestro

Por Rosa María Catalá

Mayo 2003

HIPATIA de Alejandría

Luci Cruz Wilson

(No. 55, p. 26)

Maestros:

Esta guía se ha diseñado para que un artículo de cada número de *¿Cómo ves?* pueda trabajarse en clase con los alumnos, de modo que se adapte a los programas de ciencias naturales y a los objetivos generales de estas disciplinas a nivel bachillerato. Esperamos que la información y las actividades propuestas sean un atractivo punto de partida o un novedoso "broche de oro" para dar un ingrediente de motivación adicional a sus cursos.

I. Relación con los temarios del bachillerato UNAM

Esta guía puede utilizarse en cursos de matemáticas y de historia, ya que el artículo de referencia se inserta dentro de la historia de la matemática, un área muy amena y atractiva para los alumnos para quienes la abstracción de las ecuaciones suele tener un efecto de rechazo a esta bella y elegante ciencia.

II. Más información

Alejandría y la época helenística de la matemática

Cuando Alejandro Magno conquistó Egipto, el Cercano Oriente y la propia Grecia, la vida intelectual de este pueblo se modificó sustancialmente. Alejandro, resuelto a dar otra capital a su vasto imperio, fundó en Egipto la ciudad de Alejandría. El centro del nuevo mundo griego se desplazó de Atenas a la ciudad que llevaría el nombre del conquistador. Al mismo tiempo, Alejandro se propuso de forma deliberada fusionar la cultura griega con la del cercano oriente. En consecuencia, la civilización centrada en Alejandría, aunque predominantemente griega, fue influida de manera vigorosa por la egipcia y la babilónica. El periodo alejandrino o helenístico se extendió desde cerca del año 300 antes de nuestra era hasta el año 600 de nuestra era.

La mezcla de los intereses teóricos de los griegos con la visión práctica de babilionios y egipcios se manifiesta en la obra matemática y científica en general de la Grecia alejandrina. Prosiguieron las investigaciones de geometría de los griegos clásicos y dos de los matemáticos griegos más famosos, Apolonio y Arquímedes, llevaron a cabo sus estudios durante el periodo alejandrino. Euclides vivió también en Alejandría, pero en sus escritos se refleja el espíritu de la época clásica. Para resolver problemas prácticos, que por lo regular requieren de datos cuantitativos, los alejandrinos revivieron la aritmética y el álgebra rudimentarias de Egipto y Babilonia y aunaron estos procedimientos empíricos a los resultados de estudios geométricos exactos. Hubo progresos en álgebra, pero gran parte de lo realizado por matemáticos como Nicomedes y Diofanto apenas si se compara con los métodos elementales que aprendemos en la secundaria. El empeño por obtener resultados cuantitativos, combinado con el amor de la Grecia clásica por el estudio matemático de la naturaleza, sirvió de estímulo a dos de los más famosos astrónomos de todos los tiempos, Hiparco y Ptolomeo, quienes se dedicaron a calcular los tamaños y las distancias de los cuerpos celestes y a elaborar una teoría astronómica coherente y, para la época, bastante precisa, la cual se conoce hoy como teoría ptolemaica. A ellos se debe también el instrumental necesario para tal fin, la rama matemática que se conoce como trigonometría.

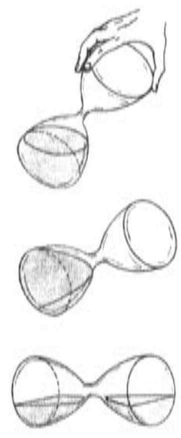
Durante los siglos en que florecía la civilización alejandrina, los romanos se fueron haciendo fuertes, y a fines del siglo III a. C. ya eran potencia mundial. Después de someter a Italia, los romanos conquistaron la parte continental de Grecia y varias de sus ciudades esparcidas por la región mediterránea, entre éstas la célebre Siracusa, en Sicilia, donde Arquímedes pasó la mayor parte de su vida y fue asesinado a la edad de 75 años por un soldado romano. Plutarco, el ilustre historiador, cuenta que el soldado le gritó a Arquímedes que se rindiera, pero éste se hallaba tan absorto resolviendo un problema matemático que no oyó la orden, y entonces el soldado lo mató.

Apolonio y sus cónicas

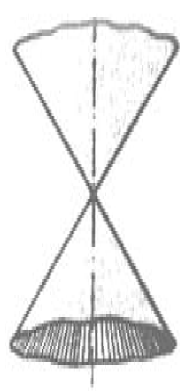
A Apolonio se le atribuye ser el verdadero padre de la astronomía matemática griega. Sus obras, junto con las de Euclides y Arquímedes, han hecho que se denomine como "Edad de Oro" de la matemática griega al periodo que va del 300 al 200 a. C. A pesar de su abundante producción científica, sólo sobrevivieron dos tratados de Apolonio, uno de los cuales, *Las cónicas,* es sin duda su obra trascendental. Las secciones cónicas se conocían un siglo y medio antes de que Apolonio compusiera su famoso tratado sobre estas curvas, y durante este intervalo por lo menos dos veces Aristeo y Euclides escribieron tratados sobre el tema. Si la supervivencia es en algún sentido una medida de la calidad, entonces los *Elementos* de Euclides y las *Cónicas* de Apolonio fueron sin duda las mejores obras en género de la matemática antigua.

Las cónicas: una mirada rápida y sencilla

Sin duda se habrá observado que al cortar un embutido se producen rebanadas de una u otra forma, según sea la inclinación que demos al cuchillo. Si éste se coloca perpendicular a la pieza, las secciones producidas son de menor tamaño que cuando se coloca de forma oblicua. Lo mismo sucede si se inclina un vaso que contiene agua. La superficie del líquido adopta formas que no son sino secciones del cilindro, las cuales nos son familiares.



Más extraño resulta pensar en las secciones planas producidas en un cono y, sin embargo, ello también es posible. Observe cómo las diferentes posiciones de un reloj de arena muestran secciones distintas según sea su inclinación. Recuerde que el cono proviene de su generatriz al girar ésta alrededor de un eje. Si consideramos tal generatriz como una recta ilimitada, la figura resultante del giro es una superficie cónica, la cual está compuesta por dos conos ilimitados, unidos por el vértice.



Al cortar una superficie cónica por diferentes planos, obtenemos unas curvas llamadas secciones cónicas o simplemente cónicas. Según la distinta posición del plano, dichas secciones pueden ser elipses, hipérbolas o parábolas.

Diofanto de Alejandría

La matemática griega no se mantuvo uniformemente a un nivel alto, sino que al glorioso periodo

del siglo III a. C. siguió una época de decadencia que quizá mejoró un poco con Ptolomeo, pero que no se recuperó de una manera efectiva hasta la "Edad de Plata" de la matemática griega, en torno al siglo que va del 250 al 350 aproximadamente. A comienzos de ese periodo, conocido como edad alejandrina tardía, nos encontramos con el más importante de todos los algebristas griegos, Diofanto de Alejandría, y hacia el final aparece el último geómetra importante, Pappus de Alejandría. No ha habido nunca otra ciudad que haya sido el centro de la actividad matemática durante un periodo tan largo como lo fue Alejandría desde los días de Euclides (hacia el año 300 a. C.) hasta la muerte de Hipatia en el 415. Se trataba de un centro cosmopolita, y así la matemática que produjo la escuela alejandrina no fue toda del mismo tipo. Con todo y que a Diofanto se le puede llamar el "padre del álgebra", esta denominación no se puede tomar demasiado literalmente, dado que su obra no contiene nada del material que constituye la base del álgebra elemental moderna, ni tampoco se parece en absoluto al álgebra geométrica de Euclides. Sin duda su obra más importante es su *Arithmetica*, comentada años más tarde por la heroína del artículo de referencia.

Entre los problemas indeterminados que nos encontramos en la *Arithmetica* hay algunos que conducen a ecuaciones tales como $x^2 = 1 + 30y^2$, o bien $x^2 = 1 + 26y^2$, que son casos particulares de la ecuación $x^2 = 1 + py^2$, y aquí es claro que Diofanto se conformaba con dar una única solución a los problemas que se planteaba. En cierto sentido no es justo criticarlo por ello, ya que lo que él hacía era resolver problemas, no ecuaciones. En este sentido su obra no es un texto de álgebra, sino una colección de problemas sobre aplicaciones del álgebra, por lo que se parece mucho a sus viejos colegas babilónicos. Sin embargo, tampoco esta asociación hace justicia a este personaje, porque sus números son completamente abstractos y no se refieren a medidas de grano, dimensiones de campos o unidades monetarias, como era el caso en el álgebra egipcia y mesopotámica.

Las fracciones continuas: un ejemplo del razonamiento de Diofanto

Una forma especial que utilizan los matemáticos para representar números irracionales, es el uso de las fracciones continuas. Si se toma la fracción 7/5, podemos reescribirla como 1 + 2/5. Lo que se ha hecho es reescribir la fracción original como un entero más otra fracción, con numerador y denominador de un solo dígito. Supongamos ahora que tenemos la fracción 13/11. ¿Podemos reescribirla como un número entero más una fracción con un numerador y un denominador tal que cada uno sea menor a 10? Se intenta:

$$\frac{13}{11} = 1 + \frac{2}{11} = 1 + \frac{1}{\frac{11}{2}} = 1 + \frac{1}{5 + \frac{1}{2}}$$

Ésta es una fracción compleja conocida como fracción continua, porque continuamos haciendo fracciones en el denominador hasta que hemos escrito el número original en forma tal que sólo contenga dígitos sencillos después del número entero. Cuando generamos una fracción continua en la que todos los numeradores son iguales a 1, entonces tenemos una fracción continua simple. La fracción continua de 13/11 que acabamos de ver es una de esas fracciones. Como todos los numeradores son 1, se puede escribir la misma fracción como una serie de números enteros, empezando con el 1:

$$\frac{13}{11} = 1 + \frac{1}{5 + \frac{1}{2}} = [1; 5, 2]$$

En la parte derecha se tiene 1; 5, 2; lo que nos especifica totalmente cómo escribir la fracción. Separamos el primer 1 del resto de la secuencia con un punto y coma para indicar que es un número entero, mientras que los otros representan números que son denominadores en la fracción. Cabe terminar diciendo que toda fracción es igual a una fracción continua simple y finita, sin embargo, las fracciones más grandes