

medirse la distancia exacta entre las dos pupilas. El valor en milímetros de esa separación es: _____.

- 7. Para calcular el ángulo de separación del lugar donde el dedo apareció para cada ojo, primero se resta el número del paso 5 del número obtenido en el paso 3. Si la diferencia es negativa, obtener el valor absoluto, de manera que siempre se calcule un número positivo. El valor de esta diferencia es _____.

Debido a que en el salón cada observador está sentado en un lugar diferente, hay que hacer una corrección de posición con respecto al fondo (donde está la lámina). Por supuesto, esto no puede hacerse en mediciones astronómicas.

- 8. Anotar el factor de escala que proporcione el maestro a cada fila del salón. Multiplicar el factor de escala por las diferencias calculadas en el paso 7 para determinar el ángulo, el cual es el doble del ángulo de paralaje:

$$[\text{Diferencia del paso 7}] \times [\text{Factor de escala}] = [\text{Ángulo doble de paralaje}]$$

$$\text{_____} \times \text{_____} = \text{_____}$$

- 9. Dividir el ángulo doble de paralaje entre un factor de 2 para determinar el ángulo de paralaje.

$$\frac{[\text{Ángulo doble de paralaje}]}{2} = \text{_____} \text{ grados}$$

- 10. Si se cuenta con una calculadora científica es fácil realizar la trigonometría involucrada en el ejercicio. Si no se cuenta con una, pasar al paso 11.

$$\text{Distancia desde el dedo al ojo} = \frac{0.5 \times \text{separación del ojo paso 6}}{\tan[\text{Ángulo de paralaje}]} = \text{_____}$$

- 11. Si no se cuenta con una calculadora científica, se puede usar una aproximación conocida como de ángulo pequeño. Debido a que los ángulos involucrados son pequeños (menos de 10 grados de 360 totales en un círculo),

se puede simplificar la trigonometría de este modo, donde hay un poco más de cálculos aritméticos. El ángulo de paralaje (en grados) tiene que convertirse a radianes. Esto se logra involucrando el número $\pi = 3.1416$:

$$\frac{2\pi \times (\text{Ángulo de paralaje del paso 9})}{360} = \text{ángulo de paralaje en radianes}$$

$$2 \times 3.1416 \times \frac{\text{_____}}{360} = \text{_____} \text{ radianes}$$

0.5 x (separación del ojo paso 6)

Entonces, la distancia del ojo al dedo=

$$\text{_____} = \frac{\text{_____}}{\text{Ángulo de paralaje en radianes}} \text{ mm}$$

- 12. Pasar el resultado a centímetros. _____ cm.
- 13. Pedir al compañero de equipo que mida el brazo con una cinta métrica. El resultado en cm es de: _____.
- 14. Calcular el porcentaje de error de la medición por medio de la siguiente expresión:

$$\frac{[\text{valor teórico (paso 13)}] - \text{valor experimental (paso 12)}}{[\text{valor teórico (paso 13)}]} \times 100 = \text{_____}$$

- 15. Comparar los valores obtenidos por la medición de la longitud del brazo por medio de la paralaje y por medio de la cinta métrica. ¿Cuáles pueden ser los errores experimentales que llevan a la diferencia entre ambos valores?

V. Bibliografía

Eldberg Stephen, J., *When a Ruler is too Short*, The PUMAS Collection, <http://pumas.jpl.nasa.gov>

Los profesores pueden copiar esta guía para su uso en clase. Para cualquier otro uso es necesaria la autorización por escrito del editor de la revista.

CÓMO SE MIDE la DISTANCIA a las ESTRELLAS



De: Julieta Fierro (No. 99, p. 16)

I. Relación con los temarios del Bachillerato UNAM

Esta guía y el artículo de referencia son apropiados para las materias de física y matemáticas, ya que el estudio que se presenta se enfoca a propiedades, conceptos y técnicas estrechamente relacionados con estas disciplinas, enmarcados en esta ocasión bajo la apasionante ciencia de la astronomía.

II. Cuando la regla es demasiado corta

El método descrito a continuación se basa en los principios de la paralaje o la forma en que un objeto parece moverse relativamente con respecto a un fondo distante, cuando se observa desde distintos ángulos. En 1838, Friedrich Wilhelm Bessel fue el primero en aplicar este método exitosamente a una estrella, midiendo un ángulo de 0.5 segundos de arco para la estrella 61 Cygni. (Un segundo de arco es el ángulo que se obtiene al dividir un grado en 3600 partes iguales). En comparación, el diámetro de la Luna vista desde la Tierra es de aproximadamente 0.5 grados, o 1800 arcosegundos.

Esta actividad permite a los estudiantes medir distancias en el salón de clases, tanto a nivel bachillerato como secundaria, utilizando para ello funciones trigonométricas.

Objetivo

Que los alumnos midan la longitud de su propio brazo usando la paralaje y demostrar que en ocasiones ésta es la única técnica posible para determinar distancias de objetos realmente remotos. Para el ejercicio, el dedo de los alumnos representa la estrella blanco, y las líneas dibujadas en la pared o el pizarrón se utilizarán como fondo (estrellas circundantes) contra las que se compara en el método de paralaje.

III. Actividad

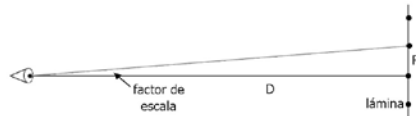
Materiales

Láminas de papel rotafolio marcadas con líneas verticales paralelas. Lo ideal es que el papel cubra por completo alguna de las paredes del salón, si no debe ser de por lo menos un metro de ancho. La lámina debe colocarse de manera que los alumnos puedan situarse completamente

de frente a la misma, de otra forma, la perspectiva impide que se realice una buena medición. Para trazar las líneas se utiliza un plumón negro grueso y una regla de madera larga, separándolas de manera equidistante (entre cinco y 10 cm de distancia). Con una cinta métrica se mide la distancia entre la lámina y las distintas filas de bancas de alumnos. Se calcula el factor de escala (espacio angular) de las líneas desde cada fila usando la siguiente ecuación:

$$\text{Factor de escala} = \tan^{-1} \frac{\text{Distancia entre líneas (cm)}}{\text{Distancia de visión desde lámina a fila (cm)}}$$

*atan: arco tangente



Hay que asegurarse de utilizar las mismas unidades entre el espacio entre líneas y la distancia de visión. Estos factores de escala serán utilizados por los estudiantes para sus cálculos.

Procedimiento

Los alumnos realizan una medición del ángulo que ocurre al medir la longitud del brazo utilizando sus dedos índices como punteros; para ello trabajarán en parejas. Uno de los estudiantes debe extender completamente un brazo, apuntando hacia las láminas con líneas verticales en la pared. Debe extender sus dedos hacia arriba y cerrar sus ojos alternadamente, de manera que observe su dedo cambiar de posición con respecto al escenario del fondo (ver los números sobre las líneas para hacer una comparación). Cada número debe ser anotado.

El número de líneas + la distancia fraccional que separa la posición de los dedos es la medida angular deseada (después de las conversiones). El fondo de líneas proporciona las separaciones angulares entre las líneas. En el cielo, las estrellas se encuentran al azar colocadas a gran variedad de distancias, de manera que se

utilizan las estrellas más lejanas, que no tienen una paralaje detectable, para medir la distancia de las más cercanas.

Los alumnos cuentan la separación entre las dos posiciones aparentes de sus dedos, incluyendo un estimado de cualquier fracción entre ellas y para ello es mejor escoger siempre el mismo lado del dedo para alinearse con el fondo, de manera que se minimiza el error.

Una vez realizada esta medición, el otro compañero mide la separación entre los ojos del alumno que extendió el brazo (con una regla corta sobre la frente del compañero). Es muy importante hacer esta medición con precisión. Con estos datos y el factor de escala otorgado por el profesor, los estudiantes pueden llegar a su resultado final por medio de cálculos trigonométricos y concluyen el ejercicio comparando la medida que hicieron de su brazo por medio de la paralaje con la medida que se puede obtener midiéndolo directamente con una cinta métrica. Se pueden aprovechar las diferencias obtenidas e introducir los conceptos de incertidumbre y margen de error en las mediciones físicas.

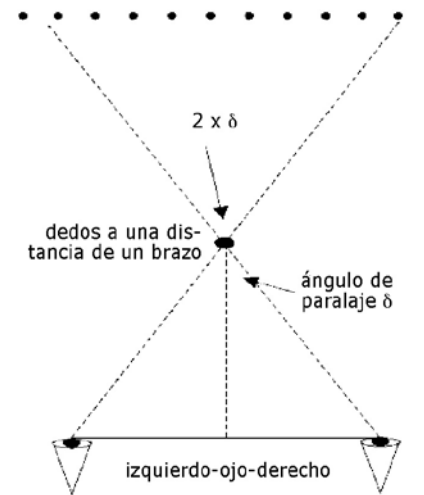
Principio matemático de la medición

La geometría básica de esta actividad se ilustra en la figura siguiente. Se desea calcular la distancia D partiendo de que conocemos la longitud de R y el ángulo de paralaje δ . Notar que los estudiantes miden $2 \times \delta$ y $2 \times R$, dado que hacen sus observaciones con los dos ojos. El factor 2 tiene que ser entonces retirado durante sus cálculos. Para hacer los cálculos hay dos opciones; la selección que haga el profesor depende de los conocimientos de trigonometría de los alumnos.

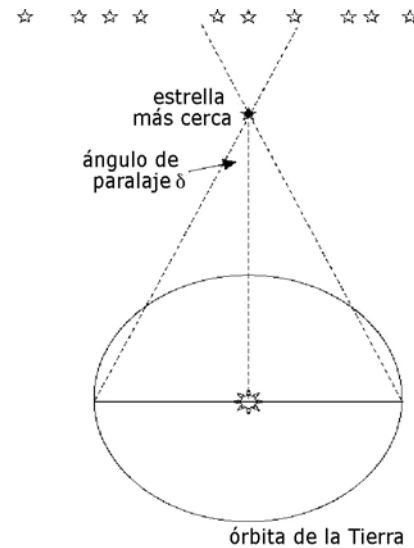


De nueve a 10 grados, un ángulo (medido en radianes) es casi igual al seno y a la tangente del ángulo. Esto significa que para ángulos pequeños (para ubicar el dedo) y con ángulos aún más pequeños para medir estrellas, se puede tomar

ventaja de la aproximación de ángulo pequeño. La conversión a radianes de la paralaje a radianes es muy simple y viene en las instrucciones de los alumnos más adelante.



Geometría del paralaje con dedo (nota: El dibujo no está a escala).



Geometría de paralaje estelar (nota: El dibujo no está a escala).

IV. Hoja de trabajo para los alumnos

En este ejercicio de medición, usaremos la paralaje (la medición de un ángulo) para medir la longitud de tu brazo. Debido a que podremos comprobar este resultado por medio de la medición directa (los astrónomos no pueden darse este lujo al medir la distancia de las estrellas), el trabajo se realiza en parejas y uno de ustedes es el que usa su brazo para medirlo.

1. Extender completamente uno de los brazos, apuntando hacia la lámina de la pared con líneas verticales.
2. Extender un "puntero", que en este caso es el dedo índice apuntando hacia el techo. Guiñar los ojos alternadamente, uno abierto mientras el otro está cerrado. Notar que el dedo cambia de posición con respecto al fondo de líneas (ver el número sobre las líneas para hacer la comparación).
3. Con un ojo cerrado, alinear el dedo con una de las líneas de la lámina, colocándose de frente a la misma (posición perpendicular con respecto a la pared). Anotar el número que marca la línea en este espacio: _____
4. Después de que se anota el valor anterior, cerrar el mismo ojo y colocar el dedo en la posición que se anotó y quedarse allí.
5. Cambiar de ojos cerrados y abiertos sin mover el dedo de la posición en la que está. Anotar el número de la línea descubierta más cercana al lado del dedo con el que se inició. Anotar el número de la línea aquí: _____.

Las líneas de la tabla que se usan son una representación simplificada de estrellas lejanas, mientras que el dedo representa una estrella cercana. En el cielo, las mediciones se harían con respecto a estrellas lejanas, que se seleccionan alrededor de la estrella de interés. Los números de la lámina representan las mediciones angulares que se hacen con un telescopio.

A continuación tiene que obtenerse el ángulo de paralaje.

6. Usar la regla milimetrada para medir la distancia entre los ojos del observador. Debe